

Séquence 6 : Les fonctions linéaires et les fonctions affines

Objectifs :

- Connaître les 3 types des fonctions (non affines, affines, linéaires)
- Savoir déterminer une image ou un antécédent
- Savoir déterminer un coefficient directeur
- Savoir déterminer une ordonnée à l'origine
- Savoir représenter une fonction affine

Faire marquer le **devoir maison** dans le cahier de textes. Il est à rendre pour le Mardi 30 Mai 2017.

Objectif : Résoudre des problèmes faisant intervenir les nombres relatifs.

Activité 1: Réflexion : Les prérequis.

Cas général : les fonctions affines.

2 f est la fonction affine définie par :

$$f(x) = -3x + 2.$$

- a. Calculer l'image de -4 par f .
- b. Déterminer l'antécédent de 5 par f .

3 g est la fonction affine définie par :

$$g(x) = 4x + 3.$$

1. Calculer l'image par g de :
 - a. 2
 - b. 0
 - c. -8
2. Déterminer l'antécédent par g de :
 - a. 0
 - b. 9
 - c. -1

4 h est la fonction affine $x \mapsto 5x - 4$.

Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-1		0		$1,6$	
$h(x)$		$-6,5$		0		11

5 k est la fonction affine $x \mapsto 2x - 7$. Déterminer :

- a. $k(8)$;
- b. le nombre qui a pour image -9 par k .

6 g est la fonction affine $x \mapsto -2x - 1$.

Amar affirme : « L'image d'un nombre par g est toujours négative. »

Que peut-on en penser ? Expliquer.

7 f est la fonction affine $x \mapsto \frac{1}{4}x - 6$.

Programme 1

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 4 .
- Ajouter 6 .

Programme 2

- Choisir un nombre.
- Diviser par 4 .
- Soustraire 6 .

Programme 3

- Choisir un nombre.
- Soustraire 6 .
- Diviser par 4 .

Programme 4

- Choisir un nombre.
- Ajouter 6 .
- Multiplier par 4 .

Quel programme de calcul faut-il appliquer :

- a. pour calculer l'image d'un nombre par f ?
- b. pour déterminer l'antécédent d'un nombre par f ?

Cas particulier : les fonctions linéaires.

2 f est la fonction linéaire définie par :

$$f(x) = -0,8x.$$

- a. Calculer l'image de 3 par f .
- b. Déterminer l'antécédent de -4 par f .
- c. Dans un repère, tracer la droite (d) représentant graphiquement la fonction f .

3 r est la fonction linéaire définie par :

$$r(x) = 0,95x$$

- a. Calculer $r(14)$.
- b. Déterminer l'antécédent de 19 par la fonction r .
- c. Dans un repère, tracer la droite (d) représentant graphiquement la fonction r .

4 k est la fonction linéaire de coefficient $-1,6$.

- a. Déterminer l'antécédent de -8 par k .
- b. Calculer $k(9)$.

5 g est la fonction linéaire $x \mapsto 4,5x$.

- a. Calculer l'image de -3 par g .
- b. Calculer l'antécédent de 36 par g .
- c. Dans un repère, tracer la droite (d) représentant graphiquement la fonction g .

6 h est la fonction linéaire $x \mapsto -\frac{2}{5}x$.

- a. Recopier et compléter le tableau :

x		-5		20
$h(x)$	4		0	

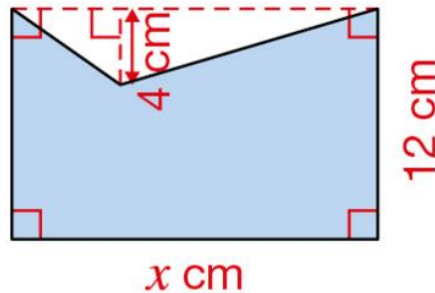
- b. Dans un repère, tracer la droite représentant graphiquement la fonction h .

7 Dans un repère, représenter graphiquement :

- a. la fonction linéaire f définie par $f(x) = 2,5x$;
- b. la fonction linéaire g de coefficient $-\frac{2}{3}$.

Activité 2: Problématique : Conjecturer des propriétés.
Problème et fonctions

57 À la longueur x (en cm), on associe l'aire du domaine bleu (en cm^2). On note A la fonction qui modélise cette situation.



- 1. a.** Donner l'expression de $A(x)$.
- b.** Expliquer pourquoi la fonction A est linéaire.
- 2.** Dans un repère, représenter graphiquement la fonction A lorsque $x \geq 0$. (*unités* : 1 carreau pour 0,5 cm en abscisses et 1 carreau pour 5 cm^2 en ordonnées)
- 3.** Lire sur le graphique :
 - a.** l'image de 6 ;
 - b.** l'antécédent de 45.

Activité 3: Vocabulaire, définitions, Propriétés.

Séance 2

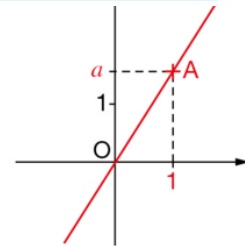
• **Définition :**

Définition a désigne un nombre.

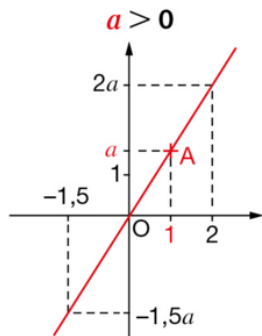
La **fonction linéaire de coefficient a** est la fonction qui, à un nombre x , associe le nombre ax .

On la note $f: x \mapsto ax$.

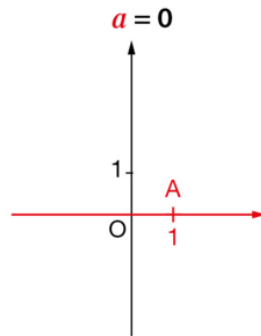
Définition Dans un repère, la **représentation graphique** de la fonction linéaire $x \mapsto ax$ est constituée de tous les points de coordonnées $(x; ax)$. C'est la droite (OA), où O est l'origine du repère et A le point de coordonnées $(1; a)$.



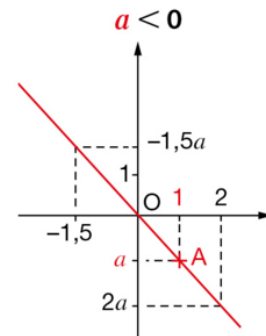
■ **Vocabulaire.** On dit que a est le **coefficient directeur** de la droite (OA) : ce nombre indique la direction de la droite.



La droite (OA) « monte » (de gauche à droite).



La droite (OA) est confondue avec l'axe des abscisses.

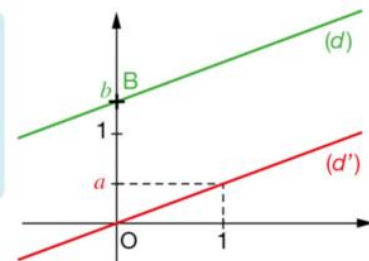


La droite (OA) « descend » (de gauche à droite).

Définition Une **fonction affine** est une fonction qui, à un nombre x , associe le nombre $ax + b$, avec a et b nombres donnés.

Propriétés

- Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine $x \mapsto ax + b$ est constituée de tous les points de coordonnées $(x; ax + b)$. C'est une droite (d) .
- Cette droite est parallèle à la droite (d') qui représente la fonction linéaire $x \mapsto ax$ et passe par le point B de coordonnées $(0; b)$.



■ **Vocabulaire**

Dans un repère, (d) est la droite représentant graphiquement la fonction affine $x \mapsto ax + b$.

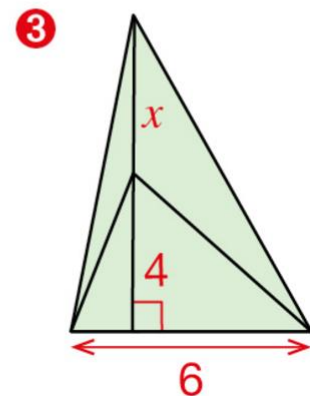
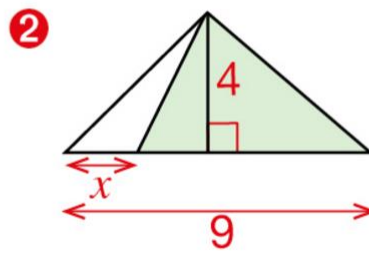
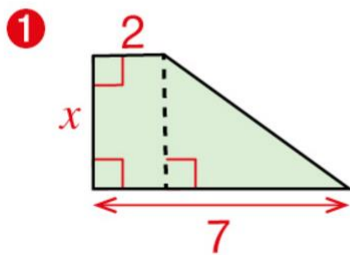
- Le nombre a est le **coefficient directeur** de la droite (d) .
- Le nombre b est l'**ordonnée à l'origine** de la droite (d) .

Activité 4: Applications

Application 1 :

32 Dans chaque cas :

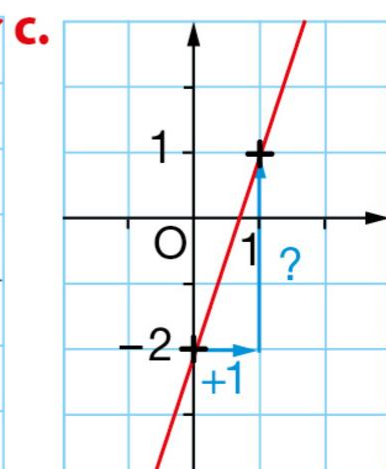
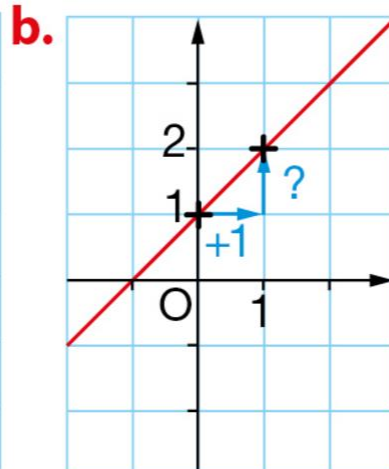
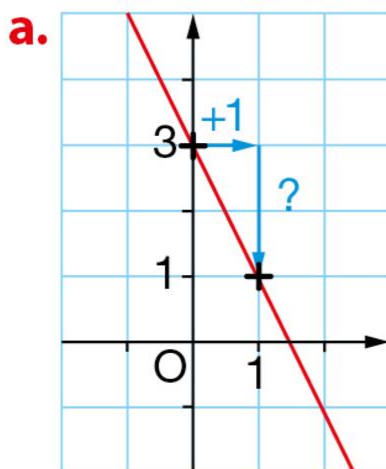
- a. exprimer en fonction de x l'aire du domaine coloré en vert ;
- b. expliquer pourquoi la fonction associée est une fonction affine.



Application 2 :

42 Les droites ci-dessous représentent graphiquement des fonctions affines.

Dans chaque cas, lire le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.



29 Voici le devis établi par un couvreur-zingueur pour refaire la toiture en tuiles d'une maison.



Objet	Montant TTC
Location échafaudage, démontage toiture	900 €
Pose toiture (matériaux & main-d'œuvre inclus)	40 €/m ²

1. Exprimer le coût $C(x)$ pour refaire une toiture de x m².
2. a. Déterminer :
 - $C(120)$
 - l'antécédent de 4 500.
- b. Que signifient ces résultats pour la situation ?

23 Dans chaque cas, justifier que la fonction p qui modélise la situation est une fonction affine.

Préciser si, de plus, elle est linéaire ou constante.

a. La location journalière d'une voiture coûte 25 € plus 0,25 € par km parcouru.

$p(x)$ est le prix payé, en euros, pour x km parcourus dans la journée.

b. Pour 15 € par mois, Benjamin a un accès illimité à une plateforme de téléchargement de musique.

$p(x)$ est le prix mensuel payé, en euros, pour un téléchargement de x morceaux.

c. $p(x)$ est le périmètre, en cm, d'un rectangle de dimensions x cm et 5 cm.

d. $p(x)$ est le périmètre, en cm, d'un carré de côté x cm.

Activité 6: TICE

Objectif : Interpréter les fonctions. + Calculer des valeurs **Compétences** : Utiliser un logiciel de géométrie dynamique

Partie A :

Objectif de l'activité : calculer des images et des antécédents

24 **TICE** g est la fonction définie par $g(x) = 2x - 5$. À l'aide du tableur, Cheikh a obtenu la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	0	1	2	3	4	5	6
2	$g(x)$	-5	-3	-1	1	3	5	7

- Quelle formule Cheikh a-t-il saisie dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite ?
- Écrire les calculs montrant que $g(6) = 7$.
- Écrire une phrase avec le mot « antécédent » pour traduire l'égalité $g(4) = 3$.

Partie B :

Objectif de l'activité :

27 On a utilisé le tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f . Voici une copie de l'écran obtenu :

B2		= -3*B1+1						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	10	7	4	1	-2	-5	-8

- Quelle est l'image de -2 par la fonction f ?
- Quel est l'antécédent de -2 par la fonction f ?
- Donner l'expression de $f(x)$.
- Calculer $f(10)$.