

## Séquence 6 : Les fonctions linéaires et les fonctions affines

### Objectifs :

- Connaître les 3 types des fonctions (non affines, affines, linéaires)
- Savoir déterminer une image ou un antécédent
- Savoir déterminer un coefficient directeur
- Savoir déterminer une ordonnée à l'origine
- Savoir représenter une fonction affine

Faire marquer le **devoir maison** dans le cahier de textes. Il est à rendre pour le Mardi 30 Mai 2017.

**Objectif :** Résoudre des problèmes faisant intervenir les nombres relatifs.

### Activité 1: Réflexion : Les prérequis.

#### Cas général : les fonctions affines.

**2**  $f$  est la fonction affine définie par :

$$f(x) = -3x + 2.$$

- a. Calculer l'image de  $-4$  par  $f$ .
- b. Déterminer l'antécédent de  $5$  par  $f$ .

**3**  $g$  est la fonction affine définie par :

$$g(x) = 4x + 3.$$

1. Calculer l'image par  $g$  de :
  - a.  $2$
  - b.  $0$
  - c.  $-8$
2. Déterminer l'antécédent par  $g$  de :
  - a.  $0$
  - b.  $9$
  - c.  $-1$

**4**  $h$  est la fonction affine  $x \mapsto 5x - 4$ .

Recopier et compléter le tableau suivant :

$x$	$-1$		$0$		$1,6$	
$h(x)$		$-6,5$		$0$		$11$

**5**  $k$  est la fonction affine  $x \mapsto 2x - 7$ . Déterminer :

- a.  $k(8)$  ;
- b. le nombre qui a pour image  $-9$  par  $k$ .

**6**  $g$  est la fonction affine  $x \mapsto -2x - 1$ .

Amar affirme : « L'image d'un nombre par  $g$  est toujours négative. »

Que peut-on en penser ? Expliquer.

**7**  $f$  est la fonction affine  $x \mapsto \frac{1}{4}x - 6$ .

#### Programme 1

- Choisir un nombre.
- Multiplier par  $4$ .
- Ajouter  $6$ .

#### Programme 2

- Choisir un nombre.
- Diviser par  $4$ .
- Soustraire  $6$ .

#### Programme 3

- Choisir un nombre.
- Soustraire  $6$ .
- Diviser par  $4$ .

#### Programme 4

- Choisir un nombre.
- Ajouter  $6$ .
- Multiplier par  $4$ .

Quel programme de calcul faut-il appliquer :

- a. pour calculer l'image d'un nombre par  $f$  ?
- b. pour déterminer l'antécédent d'un nombre par  $f$  ?

#### Cas particulier : les fonctions linéaires.

**2**  $f$  est la fonction linéaire définie par :

$$f(x) = -0,8x.$$

- a. Calculer l'image de  $3$  par  $f$ .
- b. Déterminer l'antécédent de  $-4$  par  $f$ .
- c. Dans un repère, tracer la droite  $(d)$  représentant graphiquement la fonction  $f$ .

**3**  $r$  est la fonction linéaire définie par :

$$r(x) = 0,95x$$

- a. Calculer  $r(14)$ .
- b. Déterminer l'antécédent de  $19$  par la fonction  $r$ .
- c. Dans un repère, tracer la droite  $(d)$  représentant graphiquement la fonction  $r$ .

**4**  $k$  est la fonction linéaire de coefficient  $-1,6$ .

- a. Déterminer l'antécédent de  $-8$  par  $k$ .
- b. Calculer  $k(9)$ .

**5**  $g$  est la fonction linéaire  $x \mapsto 4,5x$ .

- a. Calculer l'image de  $-3$  par  $g$ .
- b. Calculer l'antécédent de  $36$  par  $g$ .
- c. Dans un repère, tracer la droite  $(d)$  représentant graphiquement la fonction  $g$ .

**6**  $h$  est la fonction linéaire  $x \mapsto -\frac{2}{5}x$ .

- a. Recopier et compléter le tableau :

$x$		$-5$		$20$
$h(x)$	$4$		$0$	

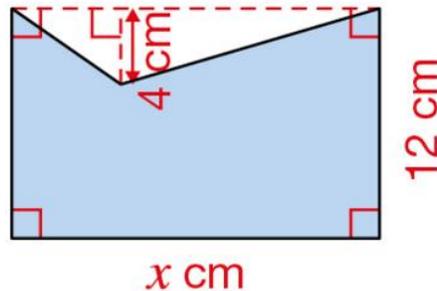
- b. Dans un repère, tracer la droite représentant graphiquement la fonction  $h$ .

**7** Dans un repère, représenter graphiquement :

- a. la fonction linéaire  $f$  définie par  $f(x) = 2,5x$  ;
- b. la fonction linéaire  $g$  de coefficient  $-\frac{2}{3}$ .

**Activité 2: Problématique : Conjecturer des propriétés.**
**Problème et fonctions**

**57** À la longueur  $x$  (en cm), on associe l'aire du domaine bleu (en  $\text{cm}^2$ ). On note  $A$  la fonction qui modélise cette situation.



- 1. a.** Donner l'expression de  $A(x)$ .
- b.** Expliquer pourquoi la fonction  $A$  est linéaire.
- 2.** Dans un repère, représenter graphiquement la fonction  $A$  lorsque  $x \geq 0$ . (*unités*: 1 carreau pour 0,5 cm en abscisses et 1 carreau pour 5  $\text{cm}^2$  en ordonnées)
- 3.** Lire sur le graphique :
  - a.** l'image de 6 ;
  - b.** l'antécédent de 45.

**Activité 3: Vocabulaire, définitions, Propriétés.**

Séance 2

• **Définition :**

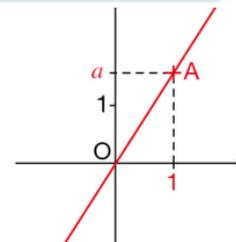
**Définition**  $a$  désigne un nombre.

La **fonction linéaire de coefficient  $a$**  est la fonction qui, à un nombre  $x$ , associe le nombre  $ax$ .

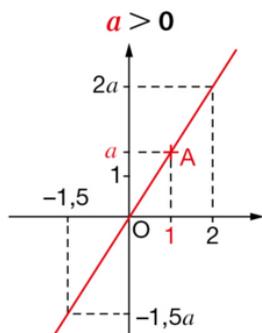
On la note  $f: x \mapsto ax$ .

**Définition** Dans un repère, la **représentation graphique** de la fonction linéaire  $x \mapsto ax$  est constituée de tous les points de coordonnées  $(x; ax)$ .

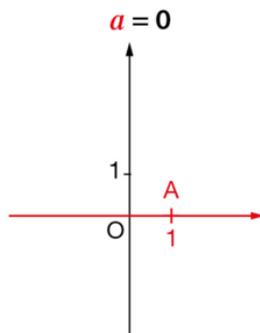
C'est la droite (OA), où O est l'origine du repère et A le point de coordonnées  $(1; a)$ .



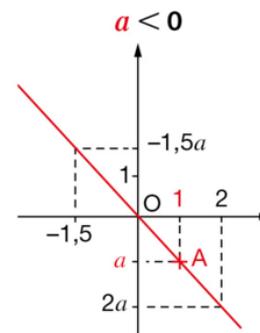
■ **Vocabulaire.** On dit que  $a$  est le **coefficient directeur** de la droite (OA) : ce nombre indique la direction de la droite.



La droite (OA) « monte » (de gauche à droite).



La droite (OA) est confondue avec l'axe des abscisses.

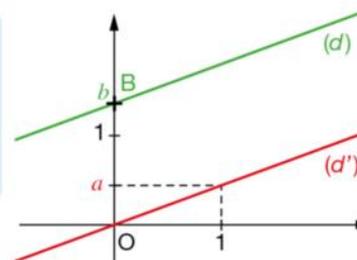


La droite (OA) « descend » (de gauche à droite).

**Définition** Une **fonction affine** est une fonction qui, à un nombre  $x$ , associe le nombre  $ax + b$ , avec  $a$  et  $b$  nombres donnés.

**Propriétés**

- Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine  $x \mapsto ax + b$  est constituée de tous les points de coordonnées  $(x; ax + b)$ . C'est une droite  $(d)$ .
- Cette droite est parallèle à la droite  $(d')$  qui représente la fonction linéaire  $x \mapsto ax$  et passe par le point B de coordonnées  $(0; b)$ .



■ **Vocabulaire**

Dans un repère,  $(d)$  est la droite représentant graphiquement la fonction affine  $x \mapsto ax + b$ .

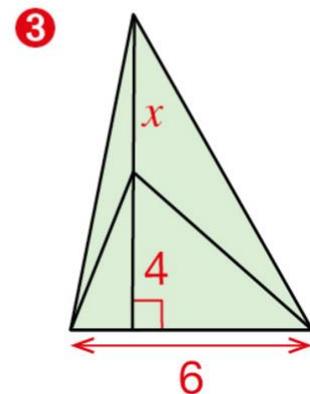
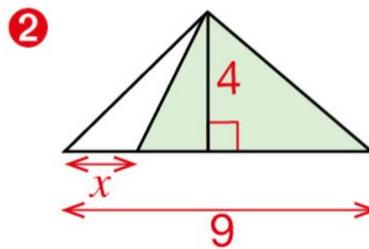
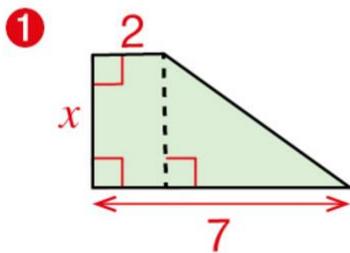
- Le nombre  $a$  est le **coefficient directeur** de la droite  $(d)$ .
- Le nombre  $b$  est l'**ordonnée à l'origine** de la droite  $(d)$ .

### Activité 4: Applications

#### Application 1 :

**32** Dans chaque cas :

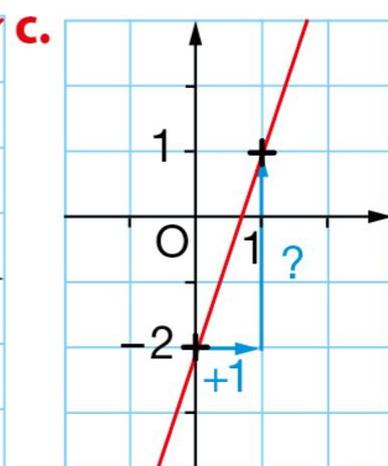
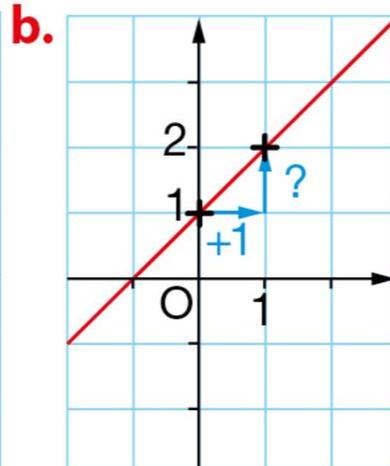
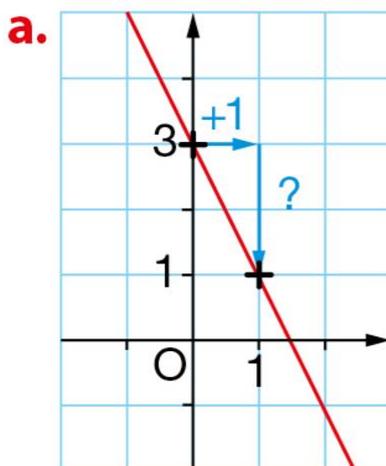
- a. exprimer en fonction de  $x$  l'aire du domaine coloré en vert ;
- b. expliquer pourquoi la fonction associée est une fonction affine.



#### Application 2 :

**42** Les droites ci-dessous représentent graphiquement des fonctions affines.

Dans chaque cas, lire le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.



**29** Voici le devis établi par un couvreur-zingueur pour refaire la toiture en tuiles d'une maison.



Objet	Montant TTC
Location échafaudage, démontage toiture	900 €
Pose toiture (matériaux & main-d'œuvre inclus)	40 €/m <sup>2</sup>

1. Exprimer le coût  $C(x)$  pour refaire une toiture de  $x$  m<sup>2</sup>.
2. a. Déterminer :
  - $C(120)$
  - l'antécédent de 4 500.
- b. Que signifient ces résultats pour la situation ?

**23** Dans chaque cas, justifier que la fonction  $p$  qui modélise la situation est une fonction affine.

Préciser si, de plus, elle est linéaire ou constante.

**a.** La location journalière d'une voiture coûte 25 € plus 0,25 € par km parcouru.

$p(x)$  est le prix payé, en euros, pour  $x$  km parcourus dans la journée.

**b.** Pour 15 € par mois, Benjamin a un accès illimité à une plateforme de téléchargement de musique.

$p(x)$  est le prix mensuel payé, en euros, pour un téléchargement de  $x$  morceaux.

**c.**  $p(x)$  est le périmètre, en cm, d'un rectangle de dimensions  $x$  cm et 5 cm.

**d.**  $p(x)$  est le périmètre, en cm, d'un carré de côté  $x$  cm.

### Activité 6: TICE

**Objectif** : Interpréter les fonctions. + Calculer des valeurs **Compétences** : Utiliser un logiciel de géométrie dynamique

**Partie A :**

**Objectif de l'activité** : calculer des images et des antécédents

**24**

**TICE**

$g$  est la fonction définie par  $g(x) = 2x - 5$ .  
À l'aide du tableur, Cheikh a obtenu la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$x$	0	1	2	3	4	5	6
2	$g(x)$	-5	-3	-1	1	3	5	7

- Quelle formule Cheikh a-t-il saisie dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite ?
- Écrire les calculs montrant que  $g(6) = 7$ .
- Écrire une phrase avec le mot « antécédent » pour traduire l'égalité  $g(4) = 3$ .

**Partie B :**

**Objectif de l'activité** :

**27**

On a utilisé le tableur pour calculer les images de différentes valeurs de  $x$  par une fonction affine  $f$ .  
Voici une copie de l'écran obtenu :

B2		= -3*B1+1						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	10	7	4	1	-2	-5	-8

- Quelle est l'image de  $-2$  par la fonction  $f$  ?
- Quel est l'antécédent de  $-2$  par la fonction  $f$  ?
- Donner l'expression de  $f(x)$ .
- Calculer  $f(10)$ .