Année 2016-2017

Séance 1

Séquence 14 : PUISSANCES D'UN NOMBRE ENTIER

Objectifs :

- Parallèle entre les puissances de 10 et puissances d'entiers
- Calculs d'application
- Savoir écrire un nombre entier sous sa forme puissance (ex : 81, 64…)
- Calculs d'application mêlant des puissances de nombres différents
- Passage en notation scientifique

Faire marquer le **devoir maison** dans le cahier de textes. Il est à rendre pour le Vendredi 28 Avril 2017.

Objectif : Calculer des puissances d'entiers

Activité 1: Problématique.

La légende de l'échiquier de Sissa

La légende se situe 3 000 ans av. J.C.
Le roi Belkib (Indes) promit une récompense fabuleuse à qui lui proposerait une distraction qui le satisferait.
Lorsque le sage Sissa, fils du Brahmine Dahir, lui présenta le jeu d'échecs, le souverain, demanda à Sissa ce que celui-ci souhaitait en échange de ce cadeau extraordinaire.
Sissa demanda au prince de déposer un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite pour remplir l'échiquier en doublant la quantité de grain à chaque case.

Le prince accorda immédiatement cette récompense sans se douter de ce qui allait suivre.
Son conseiller lui expliqua qu'il venait de précipiter le royaume dans la ruine car les récoltes de l'année ne suffiraient pas à payer Sissa

1°) Combien de cases il y t'il sur un échiquier ?
2°) Combien de grains de blé va-t-on lui donner pour la dixième case ?
3°) Combien de grains aura-t-il pour la dernière case ?
3°) $2^{63}\ grains = 9\ 223\ 372\ 036\ 854\ 775\ 808$ grains Donner la notation scientifique de ce nombre.
4°) Le total des grains sur l'échiquier est donc $2^{64}-1$ car :

$$1+2+2^2+\dots+2^{63} = 1\times\frac{1-2^{64}}{1-2} = 2^{64}-1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$$

grains soit environ $18{,}45\times10^{18}$.

Plus de 18 milliards de milliards de grains !

Si on considère un damier de 10 cases sur 10 au lieu d'un échiquier combien il aura-t-il de grains au total ?

Activité 2: Vocabulaire, définitions, Propriétés.

Séance 2

Notation : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \dots \times a}_{n\ facteurs}$

Illustrations :

$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4$

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^5$

$\left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{3 \times 3 \times 3} = \frac{125}{27}$

$(-12)^1 = -12$

$536^0 = 1$

Définition : $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n\ facteurs}$ est le produit de n facteurs tous égaux à a.

Et est noté $\boldsymbol{a^n}$

Propriété : $a^3 \times a^2 = a \times a \times a \times a \times a$

$a^3 \times a^2 = a^5$ on observe que $a^3 \times a^2 = a^{3+2}$

Propriété : $(a^3)^2 = a^3 \times a^3$

$(a^3)^2 = a^{3+3}$

$(a^3)^2 = a^6$ on observe que $(a^3)^2 = a^{3\times2}$

Propriété : $\frac{a^5}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a}$

$\frac{a^5}{a^2} = a \times a \times a$

$\frac{a^5}{a^2} = a^3$ on observe que $\frac{a^5}{a^2} = a^{5-2}$

Résumé des propriétés :

$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n\ facteurs}$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$(a^m)^n = a^{m\times n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Application : Un nombre a plusieurs écritures. La **notation scientifique** permet de lire et comprendre plus simplement les très grands nombres et les très petits nombres. Cette notation utilise les **puissances de 10** .

Définition : Un nombre décimal est écrit avec la notation scientifique lorsqu'il est présenté sous la forme du produit d'**un chiffre non nul** par **une puissance de 10**.

$$\boldsymbol{a \times 10^n}$$

n est un nombre entier relatif

$$\underbrace{\boldsymbol{a}}_{1\,;2\,;3;4;5;6;7;8;ou\ 9} \times \boldsymbol{10}^{\overbrace{n}}$$

Méthode : $178\,500 = 1{,}785\,00 \times 10^5$ les zéros inutiles peuvent être supprimés donc on trouve $178\,500 = 1{,}785 \times 10^5$

Illustration : $45\,000 = 4{,}5 \times 10^4$ $0{,}000075 = 7{,}5 \times 10^{-5}$

253 milliards s'écrit $2{,}53 \times 10^{11}$

8 millionnièmes s'écrit 8×10^{-6}

Activité 3: **Applications**. (A.A)

Séance 3

Application 1 : Calculer des quotients de puissances de 10 (rappels)

Recopier et écrire les résultats de ces égalités avec une puissance de 10.

a) $\dfrac{10^{9}}{10^{-4}} =$ b) $\dfrac{10^{-3}}{10^{5}} =$ c) $\dfrac{10^{2}}{10^{5}} =$ d) $\dfrac{10^{-3}\times10^{5}}{10^{3}\times10^{-5}} =$ e) $\dfrac{10^{-5}\times10^{\cdots}}{10^{2}} = 10^{-9}$

Application 2 : Calcul de puissances de 10

On admet que dans un milieu favorable, le nombre de bactéries double toutes les heures. Au début de l'expérience, il y a 10 bactéries.
1°) Combien seront-elles dans 3 jours ?
2°) Combien seront-elles dans 4 jours ?
On donne les diamètres de quelques objets. Les ranger dans l'ordre croissant :
-une bactérie : **4×10^{-2} mm** -un virus : **3×10^{-4} mm** -un globule blanc : **0,04 mm**
-un globule rouge : **7×10^{-3} mm**

Application 3 : Usage de puissances dans les calculs de masse

Le volume de la mer est estimé à 1338 millions de km^3.
1°) Ecrire ce nombre en notation scientifique.
2°) Donner ce volume en m^3.
3°) Sachant qu'il y a 0,004mg d'or par m^3 d'eau de mer, quelle est la masse d'or contenue dans la mer ?

Application 4 : Utiliser une notation scientifique

La terre tourne autour du soleil sur une trajectoire que l'on suppose circulaire et dont le rayon est de 150 millions de km.
1°) Ecrire le rayon en notation scientifique.
2°) On note L la longueur du trajet parcouru par la terre au cours d'une révolution complète. Calculer L et donner le résultat en notation scientifique.

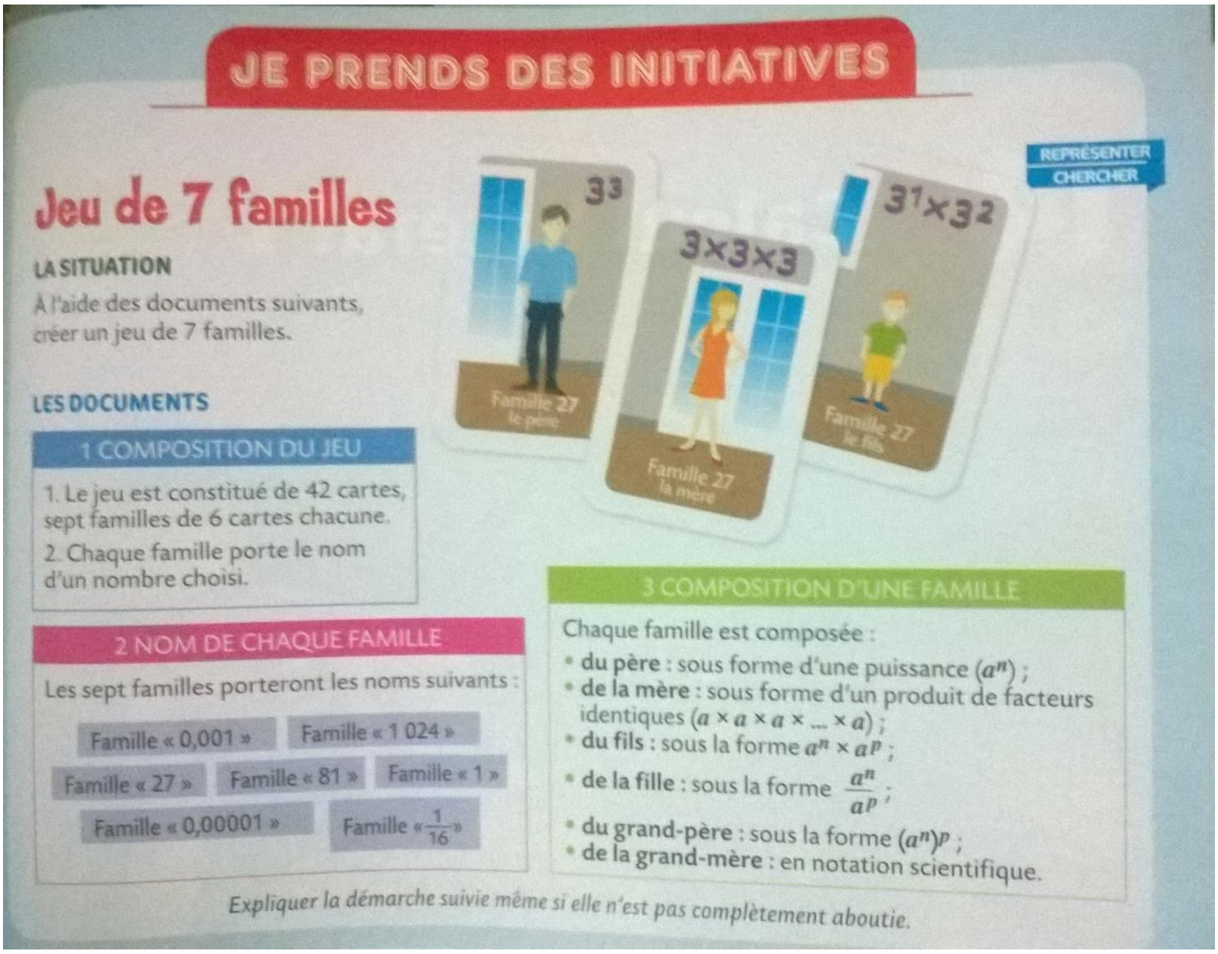
Application 5 : Résoudre un problème en défendant son point de vue.

Un nénuphar double sa surface chaque jour. Au bout de 6 mois il occupe la moitié de l'étang.
Houssine affirme : « il faudra encore 6 mois pour que l'étang soit recouvert. »
A-t-il raison ? Justifier

Année 2016-2017

Activité 4: Tâche complexe.

Séance 4



JE PRENDS DES INITIATIVES

REPRÉSENTER
CHERCHER

Jeu de 7 familles

LA SITUATION

À l'aide des documents suivants, créer un jeu de 7 familles.

LES DOCUMENTS

1 COMPOSITION DU JEU

1. Le jeu est constitué de 42 cartes, sept familles de 6 cartes chacune.
2. Chaque famille porte le nom d'un nombre choisi.

2 NOM DE CHAQUE FAMILLE

Les sept familles porteront les noms suivants :

Famille « 0,001 » Famille « 1 024 » Famille « 27 » Famille « 81 » Famille « 1 » Famille « 0,00001 » Famille « $\frac{1}{16}$ »

3 COMPOSITION D'UNE FAMILLE

Chaque famille est composée :

- **du père** : sous forme d'une puissance (a^n) ;
- **de la mère** : sous forme d'un produit de facteurs identiques ($a \times a \times a \times ... \times a$) ;
- **du fils** : sous la forme $a^n \times a^p$;
- **de la fille** : sous la forme $\frac{a^n}{a^p}$;
- **du grand-père** : sous la forme $(a^n)^p$;
- **de la grand-mère** : en notation scientifique.

Expliquer la démarche suivie même si elle n'est pas complètement aboutie.

Quelles sont les informations utiles que j'extraie ?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Peut-on faire un schéma ? Si Oui le faire

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

.

Qu'est ce qui est attendu comme production ? Un nombre, un dessin ?

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Exercice en Anglais :

The population of Singapore in 2013 was $5{,}4 \times 10^6$ people.
Its total land area is estimated as 714 km^2
What was the average population per square km in that year ?
Give your answer in scientific writing

Activité 5: TICE : Scratch ou Excel

Séance 5

Objectif : Excel. Calculs d'application mêlant des puissances de nombres différents
Page 103

84 Les deux amis

Axel propose à son ami Boris des échanges intéressants.
Axel : « Le 1[er] janvier 2016, je te donne 10 € et toi, tu me donnes 1 centime.
Le 1[er] février 2016, je te donne 10 € et toi, tu me donnes 2 centimes.
Et ainsi de suite, chaque premier jour du mois je te donne 10 € et toi tu me donnes le double de ce que tu m'as donné le mois précédent. »
Boris : « Banco ! Mais, je crois que tu n'as pas bien réfléchi. »

1 Effectuer une première évaluation

a. Combien Axel a-t-il donné à Boris et combien Boris a-t-il donné à Axel :
• le 1[er] février ? • le 1[er] mars ? • le 1[er] mai ?
b. Que peut-on penser de ces échanges ?

2 Réaliser une feuille de calcul

a. Réaliser la feuille de calcul ci-contre. Saisir la formule qui convient dans la cellule F2.
b. Compléter la colonne B. Dans la cellule C3, saisir =C2+B3 .
c. Saisir la formule qui convient dans la cellule D3. Dans la cellule E3, saisir =E2+D3 .
d. Terminer de compléter la feuille de calcul par recopie vers le bas.
e. Commenter les résultats affichés pour Axel et Boris.

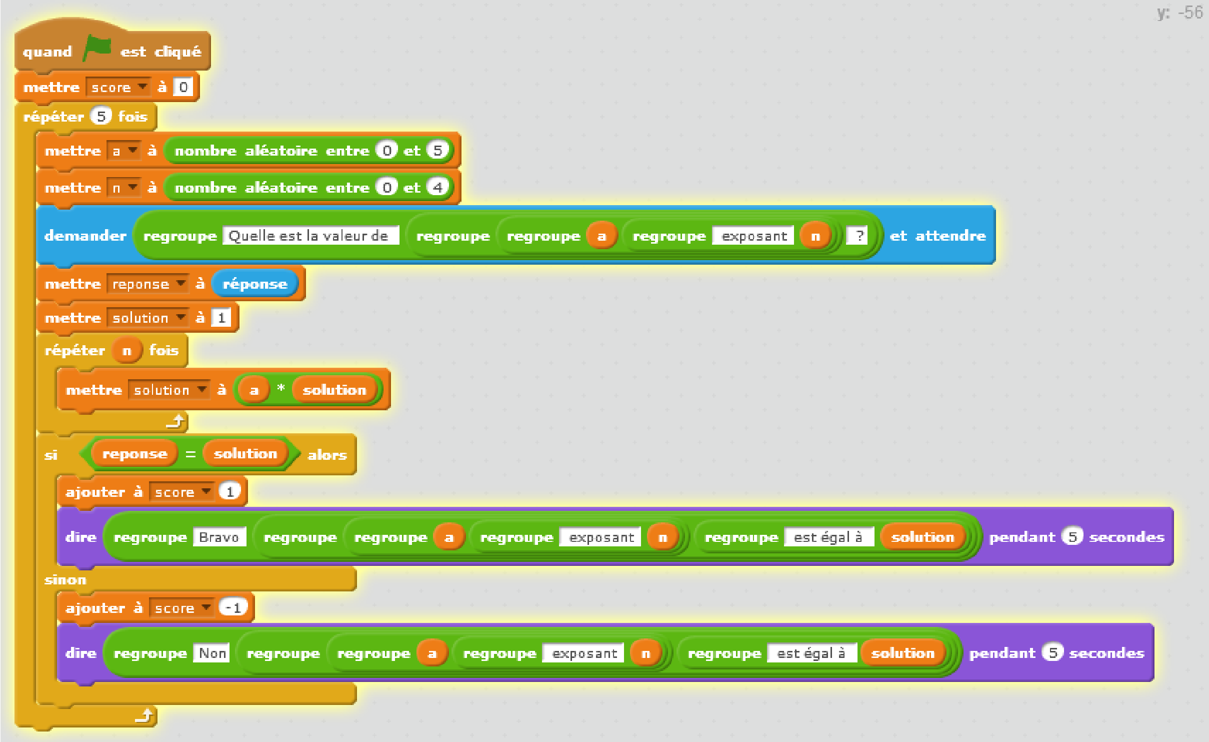
	A	B	C	D	E	F
1	Mois	Versement d'Axel (en €)	Total A versé par Axel (en €)	Versement de Boris (en €)	Total B versé par Boris (en €)	Bilan A – B
2	1	10	10	0,01	0,01	9,99
3	2					
4	3					
5	4					
6	5					
7	6					
8	7					
9	8					
10	9					
11	10					

3 Utiliser des puissances

a. Au 1[er] février 2017, expliquer pourquoi Axel aura donné 14×10 € à Boris.
À cette date, exprimer le versement de Boris à Axel à l'aide d'une puissance de 2 et d'une puissance de 10.
b. Vérifier que l'échange est alors avantageux pour Axel.

Objectif : Scratch. Trouver des calculs de Puissance
Règle : Le joueur doit trouver les résultats de calculs de puissance proposés par scratchy. La partie se déroule en 5 manches.
Le programme :
Pour chaque manche :

- Le programme choisit aléatoirement les valeurs a du nombre (compris entre 0 et 5) et n de sa puissance (comprise entre 0 et 4) ;
- Scratchy affiche la puissance à calculer ;
- Le joueur propose un résultat
- Le programme calcule a^n , puis compare à la réponse donnée par le joueur
- Si le résultat est juste, le joueur marque 1 point ; sinon il perd 1 point et Scratchy affiche la bonne réponse.



Exemple de solution