

Séquence 19 : MISE EN EQUATION

Séance 1

Objectifs :

- Choix de l'inconnue, calcul général, égalité de l'équation
- Méthodes de résolution d'équations
- Equations du 1^{er} degré à une inconnue
- Inéquations du 1^{er} degré à une inconnue
- Identités remarquables

Faire marquer le **devoir de recherche** dans le cahier de textes. Il est à rendre pour le Vendredi 9 Juin 2017.

Objectif : Méthodes de résolution d'équation

Activité 1: Réflexion

Problèmes d'héritage

Activité 1.

Un berger partage son troupeau entre ses trois enfants. Il donne $\frac{1}{5}$ au benjamin, $\frac{1}{4}$ au cadet et le reste à l'aîné.

Sachant que l'aîné reçoit 66 moutons, déterminer la part de chacun.

Activité 2.

Quatre enfants A, B, C et D se partagent un héritage H. A prend les $\frac{2}{5}$ de l'héritage, B les $\frac{3}{10}$ de l'héritage, C le sixième et D le reste qui représente 1700 €.

1°) Quelle fraction de l'héritage H reçoit D ?

2°) Déterminer alors le montant de l'héritage total.

Appliquer la méthodologie

1°) On a $\frac{a}{x} = b$. Ecrire x en fonction de a et b .

2°) Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{5}{x} = 3$$

$$\frac{3}{x} = \frac{6}{7}$$

Faire le lien entre géométrie et numérique

Sur la figure ci-contre, ABCD est un rectangle.

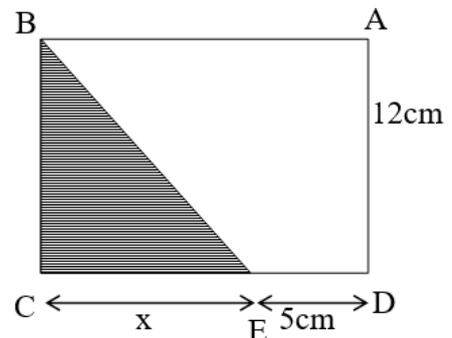
1°) Exprimer le périmètre du rectangle en fonction de x . Développer et réduire l'expression obtenue.

2°) Exprimer l'aire du rectangle en fonction de x . Développer et réduire l'expression obtenue.

3°) Exprimer l'aire du triangle BEC en fonction de x .

4°) Exprimer l'aire du quadrilatère ABED en fonction de x . Développer et réduire l'expression obtenue.

5°) Trouver x pour que l'aire de la figure ABED soit 96cm^2 .



Activité 2: Vocabulaire, définitions, Propriétés.

Séance 2

A. Les équations

- **Définition** : Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse
- **Propriété** : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ avec a et b relatifs et $b \neq 0$ **Exemple** : $\frac{3}{7} = 3 \times \frac{1}{7}$
- **Illustration** : $\frac{7}{\frac{2}{3}} = 7 \times \frac{3}{2} = \frac{7}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{7 \times 3}{1 \times 2} = \frac{21}{2} = 10,5$
- **Propriété** : Soient a et b deux nombres relatifs et b non nul.

Si $ax = b$ alors $x = \frac{b}{a}$ **Exemple** : $3x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$

- **Illustration** : Soit $x \neq 0$

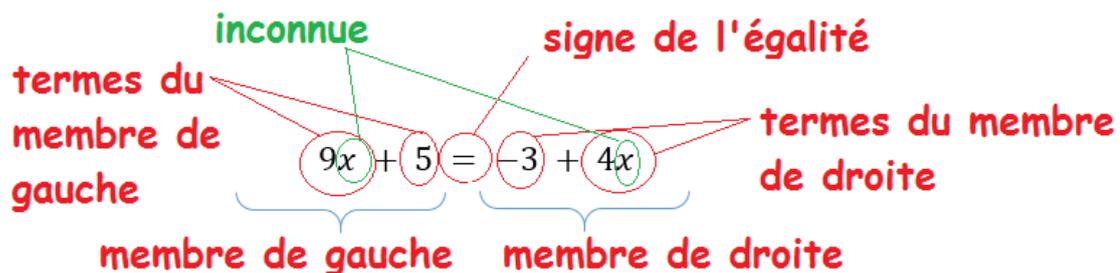
$$\frac{5}{x} = 3 \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x \times \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\frac{1}{3} \times 5} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\frac{5}{3}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \times \frac{3}{1} \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$$

- **Propriété** : Soient a et b deux nombres relatifs et b non nul.

Si $x + a = b$ alors $x = b - a$ **Exemple** : $x + 4 = 7 \Leftrightarrow x = 7 - 4$

- **Illustration** : $t - \frac{4}{5} = -\frac{6}{7} \Leftrightarrow t + \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{6}{7} \Leftrightarrow t = -\frac{6}{7} - \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{6}{7} + \frac{4}{5}$
 $t = -\frac{6}{7} + \frac{4}{5} = -\frac{6 \times 5}{7 \times 5} + \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{-6 \times 5 + 4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{-30 + 28}{35} = \frac{-2}{35} = -\frac{2}{35}$

Nous cherchons à résoudre l'équation $9x + 5 = -3 + 4x$



- **Méthode de la somme nulle** : Si deux nombres sont égaux alors leur différence est nulle.

$$\begin{aligned} 9x + 5 &= -3 + 4x \\ \text{(La différence est nulle)} \quad 9x + 5 - (-3 + 4x) &= 0 \\ 9x + 5 + 3 - 4x &= 0 \\ 9x - 4x + 5 + 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x + 8 &= 0 \Leftrightarrow 5x - (-8) = 0 \\ \text{(La différence est nulle)} \quad 5x &= -8 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-8}{5} = -\frac{8}{5}$$

- **Méthode des frontières**: Lorsqu'un terme passe d'un membre à l'autre de l'équation il change de signe. Le signe "=" est une frontière.

$$\begin{array}{l|l} 9x + 5 = -3 + 4x & 5x = -8 \\ 9x + 5 - 4x = -3 & x = \frac{-8}{5} \\ 9x - 4x + 5 = -3 & x = -\frac{8}{5} \\ 5x + 5 = -3 & \\ 5x = -3 - 5 & \end{array}$$

- **Méthode des balances**: Lorsqu'on enlève ou ajoute une quantité à un membre de l'équation il faut enlever la même quantité à l'autre membre.

$$\begin{array}{l|l} 9x + 5 = -3 + 4x & 5x + 5 - 5 = -3 - 5 \\ 9x + 5 - 4x = -3 + 4x - 4x & 5x = -3 - 5 \\ 9x - 4x + 5 = -3 & 5x = -8 \\ 5x + 5 = -3 & x = \frac{-8}{5} = -\frac{8}{5} \end{array}$$

B. Les inéquations

- **Propriété :** On peut multiplier (ou diviser) les deux membres d'une inégalité par un même nombre positif sans changer le sens de l'inégalité.

Si $a \geq b$ et k positif alors $ka \geq kb$

Exemples :

$4 > 3$ soit $k = 2, k > 0$

alors $4 \times 2 > 3 \times 2$ en effet $8 > 6$

$-2 > -5$ soit $k = 3, k > 0$

alors $3 \times (-2) > 3 \times (-5)$ en effet $-6 > -15$

$4 > -3$ soit $k = 5, k > 0$

alors $5 \times (4) > 5 \times (-3)$ en effet $20 > -15$

- **Propriété :** Quand on multiplie (ou on divise) les deux membres d'une inégalité par un même nombre négatif, l'inégalité change de sens

Si $a \geq b$ et k négatif alors $ka \leq kb$

Exemples :

$4 > 3$ soit $k = -2, k < 0$

alors $4 \times (-2) < 3 \times (-2)$ en effet $-8 < -6$

$-2 > -5$ soit $k = -3, k < 0$

alors $(-3) \times (-2) < (-3) \times (-5)$ en effet $+6 < +15$

$4 > -3$ soit $k = -5, k < 0$

alors $(-5) \times (4) < (-5) \times (-3)$ en effet $-20 < +15$

Exemple de résolution d'inéquation

$-6x + 7 \geq -4x + 1$

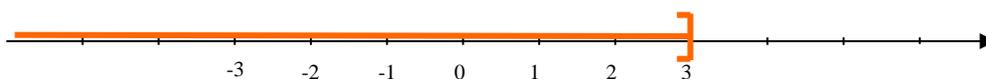
$-6x + 7 - 7 \geq -4x + 1 - 7$

$-6x \geq -4x - 6$

$-6x + 4x \geq -4x + 4x - 6$

$-2x \geq -6$

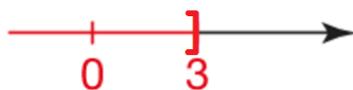
$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{-6}{-2}$ car -2 est négatif ; d'où : $x \leq 3$



Application :

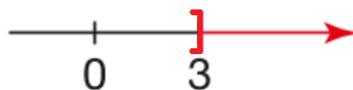
$x - 1 < 2$

-
-



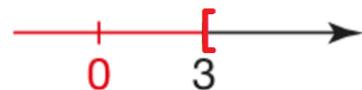
$-5x \geq -15$

-
-



$7 < x + 4$

-
-



Résoudre les trois inéquations ci-dessus et associer chaque inéquation à sa solution.

Activité 3: Applications. (A.A)**Séance 3****Application 1 :**

Un chef d'entreprise décide de partager une prime 600 € entre ses trois employés proportionnellement à leur ancienneté dans l'entreprise : 3 ans, 4 ans et 8 ans. Calculer la somme que recevra chacun

Application 2 :

Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{5}{7}x = \frac{4}{3} ; \quad 2y + 5y + \frac{1}{3}y = 7,7; \quad \frac{5}{6}m + \frac{4}{7} = \frac{13}{7}; \quad \frac{9}{14} = 15b - 6b - \frac{1}{7}.$$

$$0,9m - \frac{4}{3} + 2,8m = \frac{1}{8}$$

Application 3 :

Résoudre les équations suivantes

$$-2x = 7x - 5$$

$$3x + 1 = 7 - x$$

$$4y - 5 = 9y + 1$$

$$3m - 7 = 15m$$

Application 4 :

Résoudre les équations suivantes:

$$3x + 5 = 2x - 3$$

$$5x + 12 = 6x - 4$$

Application 5 :

5 sodas et un sandwich de 2 € coûtent le même prix que 4 sodas et deux gâteaux de 1,4 € chacun. Combien coûte un soda ?

Application 6 :

- a) Anaïs a eu à ses trois premiers contrôles de math les notes suivantes : 11,5 ; 17 et 13. Quelle note doit-elle obtenir à son quatrième contrôle si elle veut avoir plus de 15 de moyenne.
- b) Serge se présente à un examen où les maths ont pour coefficient 5 ; les sciences physiques coefficient 3 ; l'informatique coefficient 4 ; le français coefficient 2 et l'anglais coefficient 1. On réussit à l'examen quand on a 10 ou plus de moyenne. Il a eu comme notes : 12 en maths, 7 en sciences physiques, 8 en français et 9 en anglais. Combien doit-il obtenir en informatique s'il veut réussir ?

Application 7 :

- a) Loïc donne les $\frac{3}{7}$ de ses CD à sa sœur. Il lui reste alors 88 CD. Combien de CD a-t-il donné à sa sœur ?

Dans un lycée, les $\frac{2}{5}$ des élèves sont demi-pensionnaires, 16 % sont internes et il y a 71 externes. Quel est le nombre d'élèves de ce lycée ?

Activité 4: Tâches complexes.

Séance 4

Découvrir les identités remarquables

1 a et b désignent des longueurs, donc des nombres positifs.

a. Utiliser la figure ci-contre pour exprimer l'aire du carré de côté $a + b$ de deux façons différentes.

b. Recopier et compléter : $(a + b)^2 = \dots + 2 \dots + \dots$

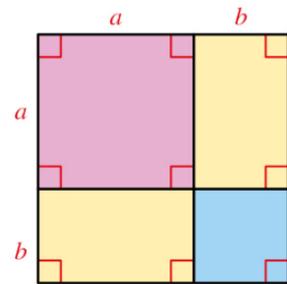
2 **Une preuve.** a et b désignent des nombres relatifs.

Développer puis réduire $(a + b)^2$, c'est-à-dire $(a + b)(a + b)$.

3 a et b désignent des relatifs. Recopier et compléter, en développant et en réduisant :

a. $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = \dots$

b. $(a + b)(a - b) = \dots$

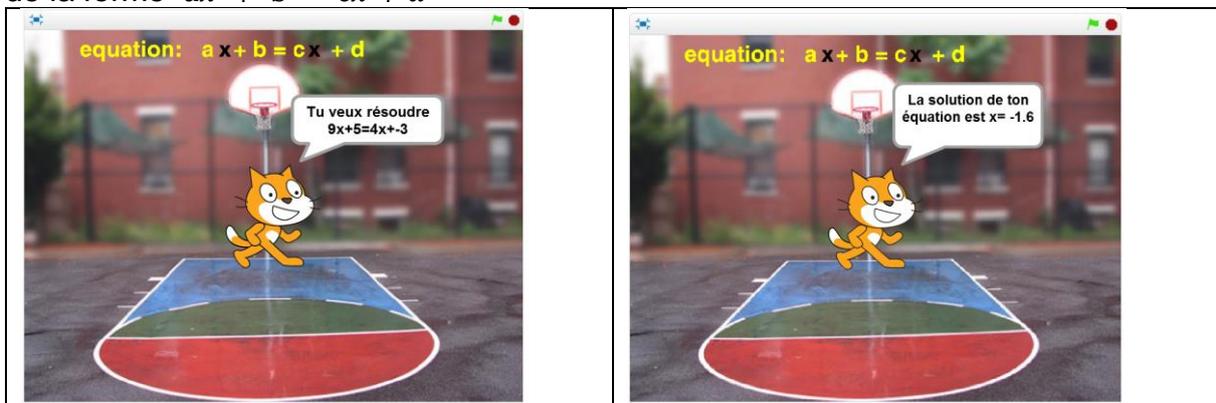
**Problème ouvert**

Trouver deux nombres entiers relatifs consécutifs dont le produit est égal à leur somme diminuée de 1.

Activité 5: Scratch

Objectif : Concevoir un Solveur d'équations du 1^{er} degré à une seule inconnue

Finalité de l'activité : écrire un programme qui permette de résoudre des équations de la forme $ax + b = cx + d$



1. Le programme dit « Bonjour » pendant 2 secondes
2. Sur l'arrière-plan doit apparaître l'équation $ax + b = cx + d$
3. Le lutin dit « voici l'équation qu'on veut résoudre : » « $ax + b = cx + d$ » Il attend 5 secondes puis le script doit demander les 4 variables a , b , c et d
4. Résoudre à la main cette équation et exprimer x en fonction de a , b , c et d
5. Demander au lutin de réfléchir pendant 2 secondes en disant « je réfléchis ». Puis le lutin doit dire « ça y est j'ai trouvé » pendant 1 seconde
6. Et il affiche « La solution de ton équation est $x = la_valeur_trouvée$ » pendant 10 secondes
7. Vérifier que pour $9x + 5 = -3 + 4x$ la réponse affichée est bien **-1,6**
8. Que trouve t'on lorsque $a=c$? Est-ce normal ? pourquoi ?
9. Résoudre les équations suivantes
 $-2x = 7x - 5$ $3x + 1 = 7 - x$ $4y - 5 = 9y + 1$ $3m - 7 = 15m$
10. Vérifiez les réponses données par le logiciel avec celles trouvées en cours.